

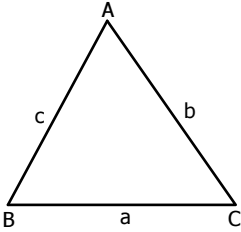
NELER ÖĞRENECEĞİZ (KAZANIMLAR)

1. Üçgeni tanımlar, temel ve yardımcı elemanlarını öğrenir.
2. Üçgen çeşitlerini kenar ve açılara göre sınıflar.
3. Üçgende açı bağıntılarını öğrenir.

ÜÇGEN TANIMI VE TEMEL ELEMANLARI

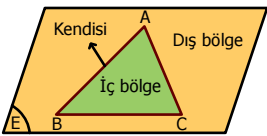
Tanım

Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşimine üçgen denir.



$$[AB] \cup [BC] \cup [AC] = \widehat{ABC} \text{ dir.}$$

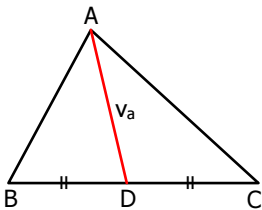
- A, B, C noktalarına üçgenin köşeleri, $[AB]$, $[BC]$, $[AC]$ doğru parçalarına üçgenin kenarları denir.
- $|AB| = c$, $|BC| = a$, $|AC| = b$ uzunluklarına üçgenin kenar uzunlukları denir.
- $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{ACB}$ açılara üçgenin iç açıları denir.
- İç açların bütünleri olan açılara dış açılar denir.
- Üçgenin kenarlarına ve açılara temel elemanlar denir.
- Bir üçgen bulunduğu düzlemi; üçgenin kendisi, iç bölgesi ve dış bölgesi olmak üzere üç bölgeye ayırır.



ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

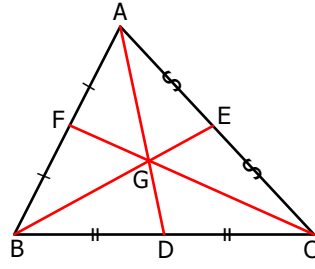
1. Kenarortay

Bir üçgenin bir köşesini karşısındaki kenarın orta noktası ile birleştiren doğru parçasına üçgenin o kenarına ait kenarortayı denir.



$|BD| = |DC|$ olduğundan $[AD]$, $[BC]$ kenarının kenarortayıdır.
 $|AD| = v_a$: a kenarına ait kenarortay uzunluğudur.

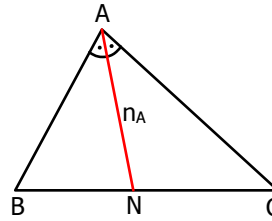
- ABC üçgeninin a, b ve c kenarına ait kenarortaylarının uzunlukları sırasıyla v_a , v_b ve v_c ile gösterilir.
- Bir üçgenin üç kenarortayı üçgenin içinde bir noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin **ağırlık merkezi** denir.



$|AD| = v_a$, $|BE| = v_b$, $|CF| = v_c$
 G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

2. Açıortay

Bir üçgenin bir açısını iki eşit parçaya bölen ışının, köşe ile karşı kenar arasında kalan parçasına, üçgenin o köşesine ait açıortayı denir.



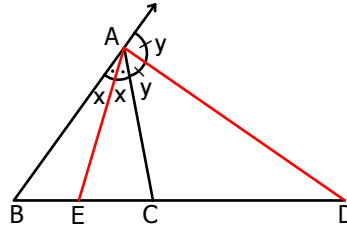
$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$ olduğundan $[AN]$, A açısına ait iç açıortaydır.

$|AN| = n_a$: A açısına ait iç açıortay uzunluğudur.

- ABC üçgeninin A, B ve C açlarına ait iç açıortaylarının uzunlukları sırasıyla n_a , n_b ve n_c ile gösterilir.
- Bir üçgenin dış açlarının açıortaylarına dış açıortay denir.

ANAHTAR BİLGİ

- Bir üçgenin bir köşesindeki açıya ait iç açıortay ile dış açıortay arasındaki açı 90° dir.

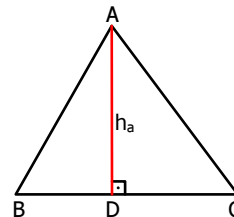


ABC üçgeninde $[AE] \perp [AD]$ dir.

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 180^\circ \\ 2(x + y) &= 180^\circ \\ x + y &= 90^\circ \end{aligned}$$

3. Yükseklik

Bir üçgenin bir köşesinden karşı kenar doğrusuna indirilen dikmenin, karşı kenarı kestiği nokta ile köşeyi birleştiren doğru parçasına, üçgenin o kenarına ait yüksekliği denir.

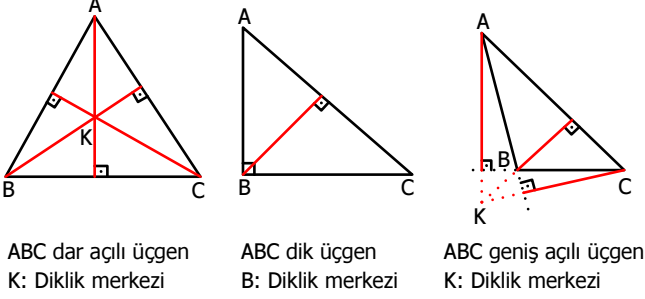


$|AD| = h_a$: a kenarına ait yükseklik uzunluğudur.

$[AD] \perp BC$ dir.

- ABC üçgeninin a, b ve c kenarına ait yüksekliklerinin uzunlukları sırasıyla h_a , h_b ve h_c ile gösterilir.

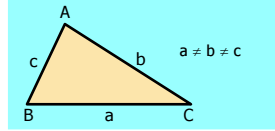
- Bir üçgenin üç yüksekliği bir noktada kesişir. Bu noktaya üçgenin **diklik merkezi** denir.



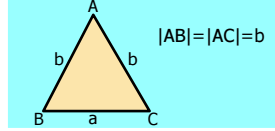
Üçgen Çeşitleri

A) Kenarlarına Göre Üçgen Çeşitleri

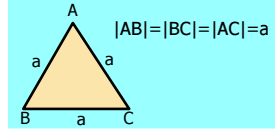
- Çeşitkenar Üçgen:**
Üç kenar uzunluğu birbirinden farklı olan üçgene denir.



- İkizkenar Üçgen:**
Herhangi iki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene denir.

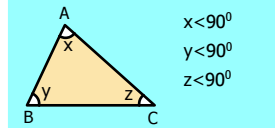


- Eşkenar Üçgen:**
Üç kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene denir.

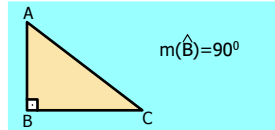


B) Açılarına Göre Üçgen Çeşitleri

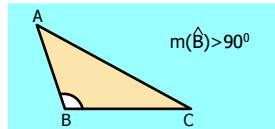
- Dar Açılı Üçgen:**
Üç açısının ölçüsü de 90° den küçük olan üçgene denir.



- Dik Açılı Üçgen:**
Bir açısının ölçüsü 90° ye eşit olan üçgene denir.



- Geniş Açılı Üçgen:**
Bir açısının ölçüsü 90° den büyük olan üçgene denir.



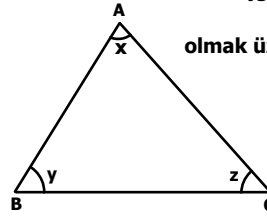
ÜÇGENDE AÇILAR

Teorem 1: Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

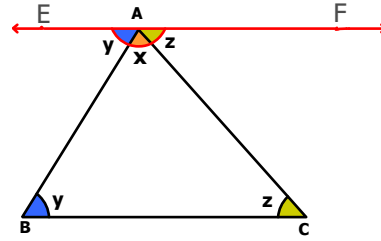
ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = x$, $m(\hat{B}) = y$, $m(\hat{C}) = z$

olmak üzere ;

$$x + y + z = 180^\circ \text{ dir.}$$



İspat:



A noktasından geçen $EF \parallel [BC]$ çizelim.

$$m(\hat{B}) = m(\hat{EAB}) = y \quad (\text{iç ters açılar})$$

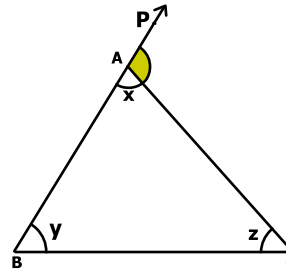
$$m(\hat{C}) = m(\hat{FAC}) = z \quad (\text{iç ters açılar})$$

$\hat{EAF}$ doğru açı olduğundan, $x + y + z = 180^\circ$ dir.

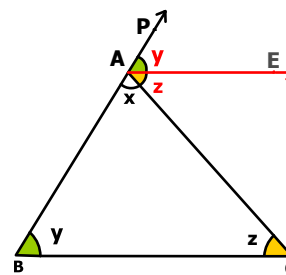
Teorem 2: Bir üçgende, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

$$m(\hat{PAC}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) \text{ dir.}$$

$$m(\hat{PAC}) = y + z \text{ dir.}$$



İspat:



$[AE \parallel [BC]$ çizelim.

$$m(\hat{PAE}) = m(\hat{B}) = y$$

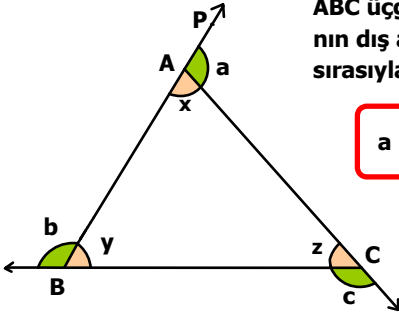
(yöndeş açılar) ①

$$m(\hat{EAC}) = m(\hat{C}) = z$$

(iç ters açılar) ②

① ve ② den $m(\hat{PAC}) = y + z$ dir.

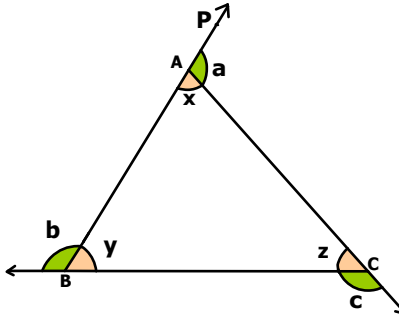
Teorem 3: Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.



ABC üçgeninde A, B, C açıları-
nın dış açılarının ölçüleri
sırasıyla a, b, c olmak üzere ;

$$a + b + c = 360^\circ \text{ dir.}$$

İspat:



$$x + a = 180^\circ$$

$$y + b = 180^\circ$$

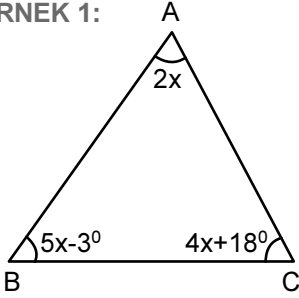
$$z + c = 180^\circ$$

eşitlikleri taraf tarafa
toplanırsa,

$$x + y + z + a + b + c = 540^\circ \text{ Buradan } 180^\circ + a + b + c = 540^\circ$$

$$a + b + c = 540^\circ - 180^\circ \text{ ve } a + b + c = 360^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 1:



ABC üçgeninde verilenlere
göre A açısının ölçüsü kaç
derecedir?

ÇÖZÜM:

ABC üçgeninde iç açılar toplamından,

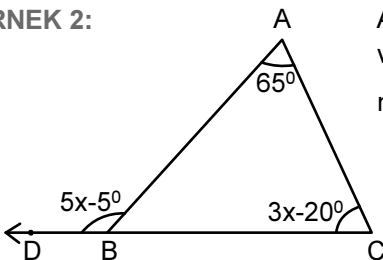
$$2x + 5x - 3 + 4x + 18 = 180$$

$$11x + 15 = 180$$

$$11x = 165$$

$$x = 15 \text{ dir. O halde } m(\hat{A}) = 2 \cdot 15 = 30^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2:



ABC üçgeninde
verilenlere göre,
 $m(\hat{C})$ kaç derecedir?

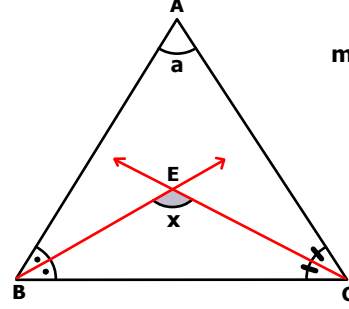
ÇÖZÜM: $65 + 3x - 20 = 5x - 5$ (iki iç bir dış)

$$2x = 50 \text{ ise } x = 25 \quad m(\hat{C}) = 3 \cdot 25 - 20 = 55^\circ \text{ dir.}$$

ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ

Özellik 1

ABC üçgeninde [BE ve [CE
sırasıyla B ve C açılarının
iç açıortayları olmak üzere;

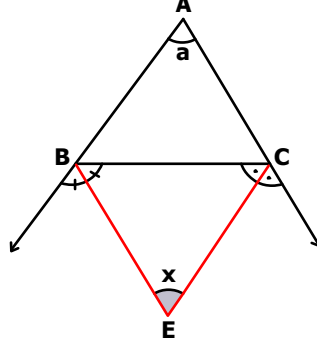


$$m(\hat{BEC}) = 90^\circ + \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

$$x = 90^\circ + \frac{a}{2}$$

Özellik 2

ABC üçgeninde [BE] ve [CE] sırasıyla B ve
C açılarının dış açıortayları olmak üzere;

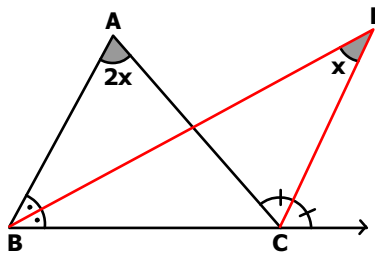


$$m(\hat{BEC}) = 90^\circ - \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

$$x = 90^\circ - \frac{a}{2}$$

Özellik 3

ABC üçgeninde [BE, B açısının iç açıortayı;
[CE, C açısının dış açı ortayı olmak üzere ;

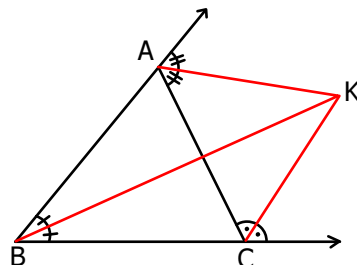


$$m(\hat{BEC}) = \frac{m(\hat{A})}{2} \text{ dir.}$$

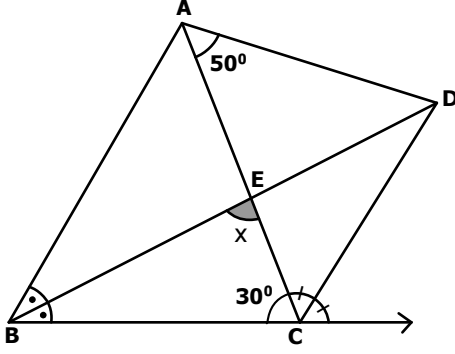
$$m(\hat{E}) = x \text{ ise } m(\hat{A}) = 2x \text{ tir.}$$

Özellik 4

Bir üçgenin bir iç açıortayı ile iki dış açı
ortayı bir noktada kesişirler.



ÖRNEK 3:

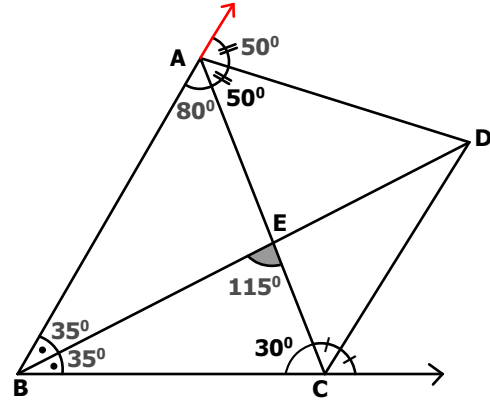


Şekilde verilenlere göre,

$m(\widehat{BEC}) = x$ açısı kaç derecedir?

ÇÖZÜM: [AD] dış açıortaydır. Buna göre,

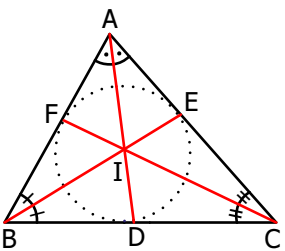
$m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 70^\circ$ dir.



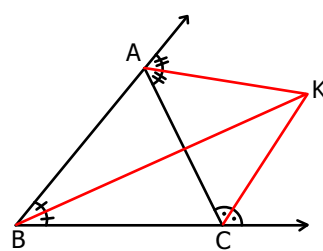
O halde $m(\widehat{BEC}) = 80 + 35 = 115^\circ$ dir.

ANAHTAR BİLGİ

- Bir üçgenin üç iç açıortayı üçgenin içinde bir noktada kesişirler bu noktaya üçgenin iç teğet çemberinin merkezi denir.
- Bir üçgenin iki dış açıortayı ile bir iç açıortayı üçgenin dışında bir noktada kesişirler bu noktaya üçgenin dış teğet çemberinin merkezi denir.



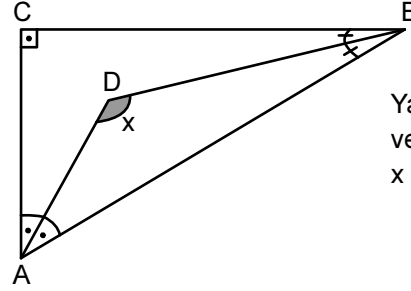
I noktası üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir.



K noktası üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.

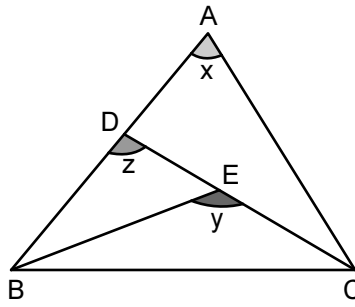
SIRA SENDE GÖR VE UYGULA

ÖRNEK 4:



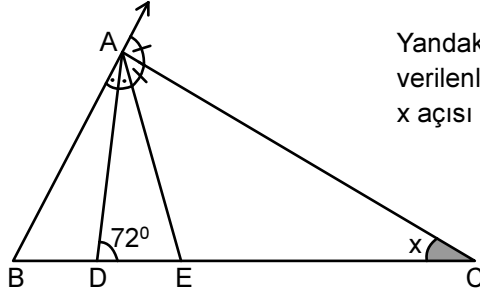
Yandaki şekilde verilenlere göre, x açısı kaç derecedir?

ÖRNEK 5:



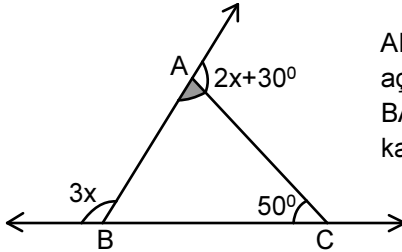
Yandaki şekilde verilen x, y, z açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÖRNEK 6:



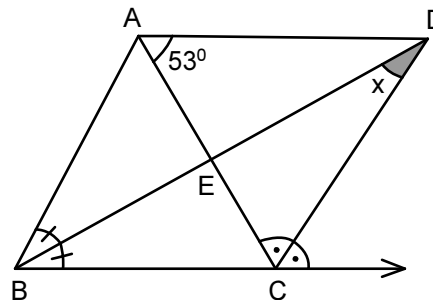
Yandaki şekilde verilenlere göre, x açısı kaç derecedir?

ÖRNEK 7:



ABC üçgeninde verilen açı ölçülerine göre, BAC açısının ölçüsü kaç derecedir?

ÖRNEK 8:



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, x kaç derecedir?